

Výroková a predikátová logika – čtvrtý úkol (místo testu)

Deadline pro odevzdání úkolu je 31. ledna 2022 ve 23:59. Úkoly odevzdávejte na MS Teams/v Moodle nebo mailem na Martin.Pilat@mff.cuni.cz (stačí sken/fotka řešení na papíře) nebo na posledních cvičeníh.

Za úkol můžete dostat max. šest bodů, které se započítávají k požadavku na zápočet.

1. Víme, že:

- (i) Rodiče jsou starší než jejich děti.
- (ii) “Být rodičem” je asymetrická relace.
- (iii) “Být starší” je tranzitivní relace.
- (iv) Tom je otcem Mary, Mary není starší než Bob, Bob je synem Jane.

Ukažte rezolucí, že pak:

- (v) Tom je starší než Bob nebo Mary není matkou Jane.

Konkrétně:

- (a) Tvrzení (i) až (v) vyjádřete otevřenými formullemi φ_1 až φ_5 jazyka $L = \langle R, S, t, m, b, j \rangle$ bez rovnosti, kde R, S jsou binární relační symboly, $R(x, y), S(x, y)$ značí (respektive), že “ x je rodičem y ”, “ x je starší než y ”, a t, m, b, j jsou konstantní symboly označující Toma, Mary, Boba, Jane (respektive). (1b)
 - (b) Převodem na CNF nalezněte otevřenou teorii S v množinové reprezentaci, která je nespíitelná, právě když v teorii $T = \{\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4\}$ platí φ_5 . (1b)
 - (c) Rezolucí dokažte, že S není splnitelná. Rezoluční zamítnutí znázorněte rezolučním stromem. U každého kroku uveďte použitou unifikaci. (1b)
 - (d) Nalezněte konjunkci základních instancí axiomů teorie S , která je nespíitelná. (1b).
2. Necht' $T = \{\varphi\}$ je teorie jazyka $L = \langle U, c \rangle$ s rovností, kde U je unární relační symbol, c je konstantní symbol a axiom φ vyjadřuje “Existuje alespoň 5 prvků, pro které platí $U(x)$.”
- (a) Nalezněte dvě navzájem neekvivalentní jednoduché kompletní extenze teorie T nebo zdůvodněte, proč neexistují. (1b)
 - (b) Je teorie T otevřeně axiomatizovatelná? Uveďte zdůvodnění. (1b)